

带颈注水瓶几何参数对其发声频率的影响

时兆龙, 吕 伟, 马浩然, 刘鸿宇, 吴建光, 邹 勇

(安徽工业大学 数理科学与工程学院, 安徽 马鞍山 243032)

摘要: 针对带颈瓶子在注水过程中的发声现象, 本文探究了带颈瓶子的几何参数对其发声频率的影响. 将实验中的容器等效为亥姆霍兹共振腔体, 并利用亥姆霍兹共振系统理论得出频率与该带颈注水瓶几何参数的关系, 并通过实验进行验证. 实验中采用 Adobe Audition CS6 对录制的声音进行采样, 用控制变量的方法依次探究几何参数的改变对声音频率的影响, 对获得的数据进行整理分析, 实验结果显示瓶子的颈长越短, 颈截面积越大, 声音频率越高, 形状的变化对声音频率无影响. 理论和实验吻合很好, 利用亥姆霍兹共振系统可以很好地解释注水过程中瓶子的发声现象.

关键词: 亥姆霍兹共振腔体; 声音频率; 注水瓶; 几何参数

中图分类号: O 4-34

文献标识码: A

文章编号: 1000-0712(2023) 04-0039-05

【DOI】10.16854/j.cnki.1000-0712.220178

日常生活中, 在开水房接开水的时候, 开水流入水瓶的过程中会产生声音, 并且声音会随着水面的升高而变得更加尖锐. 本文针对这一现象, 探索其背后蕴含的物理学规律, 同时此研究是在 2019 年 CUPT 第五题《填充瓶子》的基础之上, 探究瓶子的几何参数对其发声频率的影响. 通过理论推导得出声音的频率与瓶子颈长和颈截面积有关, 并通过实验进行验证.

1 注水时声音频率特性的理论分析

“填充瓶子”题目为: 当水柱垂直进入瓶子时, 会产生声音, 并且伴随着水面的升高, 声音的特性会发生变化. 探究此系统的相关参数, 例如水柱的速度与尺寸、瓶子的大小与形状或水温等对声音的影响.

在该现象中声音来源于水柱进入瓶中时, 水柱对空气柱的挤压, 但是单纯的驻波模型仅适用于柱状瓶^[1-4], 对于细颈容器, 本文采用的亥姆霍兹共振腔体^[5,6] (图 1) 是典型的声学系统, 且与本实验所用的器材结构类似, 因此本实验理论模型采用亥姆霍兹共振腔体. 颈为空心圆柱体, 其长度为 L_0 , 内部空心处横截面积为 S_0 且处处相等, 腔体体积为 V_0 , 声压为 p .

产生亥姆霍兹谐振时, 水柱进入瓶颈, 细颈容器

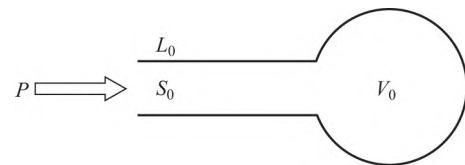


图 1 亥姆霍兹共振腔体

受到扰动, 导致颈内空气振动, 容器内的空气对其产生恢复力, 由颈内空气与容器内空气组成共振腔. 为简化问题, 在推导理论模型之前, 要有三个假设前提条件: 共鸣器的线度远小于声波波长, 即细颈横截面半径 a 、 L_0 、 $\sqrt[3]{V_0}$ 都远小于声波波长 λ ; 短管体积远小于腔体体积, 即 $S_0 L_0 \ll V_0$; 腔体内气体压缩和膨胀时, 腔壁不会变形, 即腔壁是刚性的, 它不会把腔内介质的疏密过程传递到腔外去^[7]. 将注水瓶看成由细管和腔体两部分组成, 首先只考虑细管 (声质量^[8]), 设声密度为 ρ , 声压为 p , 介质元振动速度为 v , 时间为 t , 则近似化的流体欧拉方程为^[9]

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (1)$$

在细颈管道上取线积分可得

$$\int_{L_0}^0 \left(\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla p \right) dx = 0 \quad (2)$$

满足条件 $\lambda \gg L_0$, $\lambda \gg \sqrt{S_0}$ 且 $v = v_0 e^{i\omega t}$, 其中 ω 为声音

收稿日期: 2022-04-04; 修回日期: 2022-07-12

基金项目: 安徽高校自然科学基金重点项目 (KJ2021A0388)、安徽省双基教学示范课程建设项目 (2020-430)、安徽工业大学教学研究重点项目 (2021jy13) 以及安徽工业大学省级大学生创新训练计划项目 (S202110360324) 资助

作者简介: 时兆龙 (2001—), 男, 安徽六安人, 安徽工业大学光电工程系 2019 级本科生.

通信作者: 邹勇, E-mail: zyay2004@163.com

的角频率,则式(2)化为

$$-j\omega\rho L_0 v + p = 0 \quad (3)$$

得到声抗 X 与等效声质量 M_a 的表达式为

$$X = \frac{p}{v} = j\omega \frac{\rho L_0}{S_0} \quad (4)$$

$$M_a = \frac{\rho L_0}{S_0} \quad (5)$$

通过对细管的理论分析,可以得到有关声质量的表达式,然后只考虑腔体(声容^[8])联立质量守恒与物态方程得到

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = c^2 \quad (7)$$

其中 c 反映了介质受声扰动时的压缩特性,声学中代表声速,由此得

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (8)$$

在腔体内做体积分可得

$$\int \left[\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \nabla \cdot \mathbf{v} \right] dV = 0 \quad (9)$$

若满足 $\lambda \gg L_0$ 、 $\lambda \gg \sqrt{S_0}$ 、 $\lambda \gg \sqrt[3]{V_0}$ 的条件,那么第一项体积分中可以被线性化,第二项变成面积分且仍然可以线性化,由此可得

$$-j\omega p V_0 + \rho c^2 v S_0 = 0 \quad (10)$$

那么由式(10)可得声抗、声容分别为

$$X = \frac{p}{v} = \frac{\rho c^2}{j\omega V_0} \quad (11)$$

$$C_a = \frac{V_0}{\rho c^2} \quad (12)$$

在分析完亥姆霍兹共振腔体的两部分,将它们合并为一个整体,得到声抗的表达式为

$$X = j\omega \frac{\rho L_0}{S_0} + \frac{\rho c^2}{j\omega V_0} \quad (13)$$

令式(13)为零可得共振圆频率为

$$\omega = \sqrt{c^2 \frac{S_0}{V_0 L_0}} \quad (14)$$

将 ω 通过公式 $f = \frac{\omega}{2\pi}$ 转化成声音频率 f ,可得

$$f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S_0}{V_0 L_{ed}}} \quad (15)$$

其中修正后的颈长 $L_{ed} = L_0 + 1.7a$,其中 $1.7a$ 为端口修正值^[14],因此式(15)化为

$$f = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S_0}{V_0 (L_0 + 1.7a)}} \quad (16)$$

其中 S_0 为颈口截面积, V_0 为腔内空气体积, L_0 为颈长, a 为颈口半径, c 为声速. 通过此式可以得出频率 f 与其相关量的函数关系.

2 实验系统及方法

2.1 实验装置

主要器材包括: 酿酒瓶、铁架台、载物台、细口瓶/广口瓶 (125 ml、250 ml、500 ml)、锥形瓶 (125 ml、250 ml、500 ml)、500 ml 凯式烧瓶、圆底烧瓶、250 ml 塑料量筒、玻璃量筒、橡皮管 (口径为 4 mm、10 mm)、铁丝等. 实验所用的各类注水瓶如图 2 所示,实验装置见图 3.

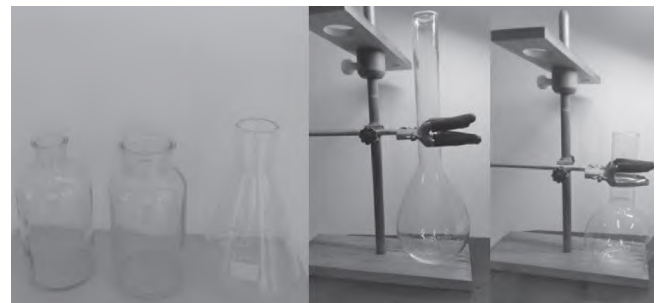


图 2 实验用各类注水瓶



图 3 实验装置

2.2 测量方法

在注水的过程中,图 4 是通过 Adobe Audition CS6 得到的幅频特性图,其特性曲线随着时间连续变化,在其曲线上有多个波峰,在后续实验中用鼠标跟踪第一个波峰,曲线下方有光标值,读取并记录即为该时刻主频频率.



图4 测频方法

3 数据整理与结果分析

从亥姆霍兹共振腔体理论模型出发可知,颈长、颈截面积等都会影响发声频率,形状对发声频率无影响. 根据实验结果,如图5—图8,以上图中横轴为空气柱容积,纵轴为频率,实验值与理论曲线吻合程度较好,忽略误差因素对实验测量结果的影响,本实验中所用的注水容器满足之前建立的物理模型. 同时本次实验采用控制变量的方法,依次探究颈长、颈截面积对声音频率的影响以及形状对声音频率是否有影响.

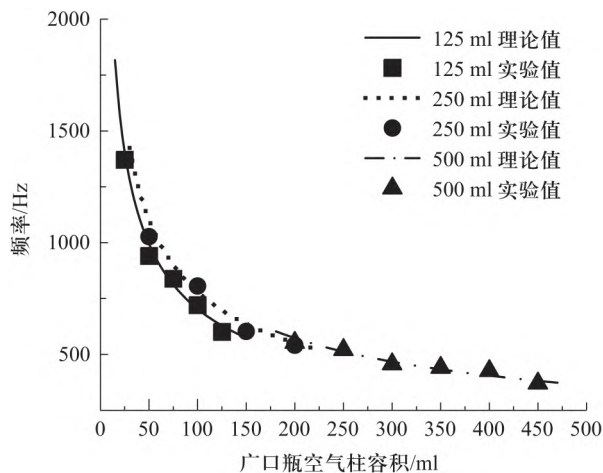


图5 广口瓶发声频率随容积的变化

3.1 注水瓶颈长对声音频率的影响

当其他条件不变、颈长变化时,采用凯氏烧瓶与圆底烧瓶,其颈长分别为 $L_1 = 17.850 \text{ cm}$, $L_2 = 9.425 \text{ cm}$.

图8中横轴为空气柱容积,纵轴为频率. 根据图像可以得出圆底烧瓶的频率在相同空气柱容积下均比凯氏烧瓶的频率大. 所以颈长越长,频率越

小. 通过理论模型可知, f 与 $\sqrt{\frac{1}{L_0 + 1.7a}}$ 成正比,且比

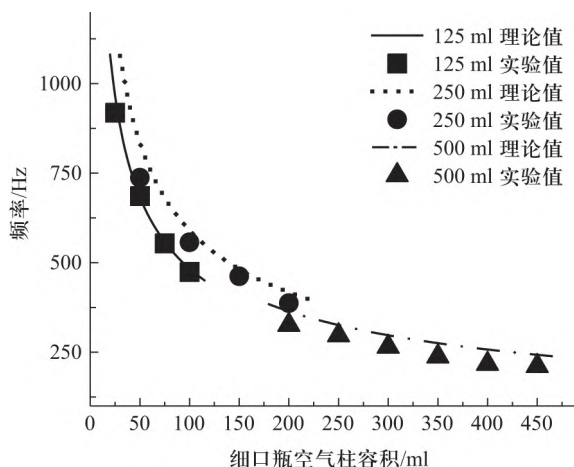


图6 细口瓶发声频率随容积的变化

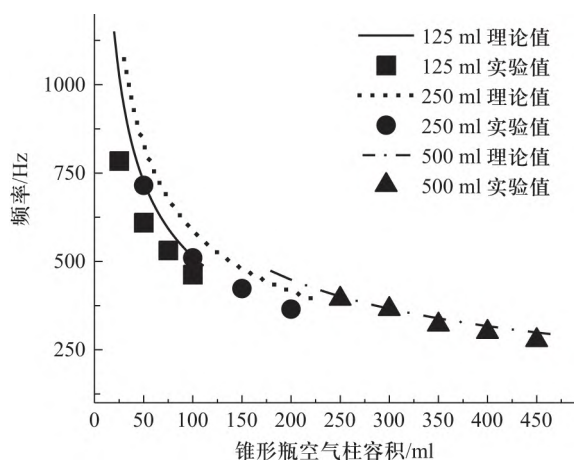


图7 锥形瓶发声频率随容积的变化

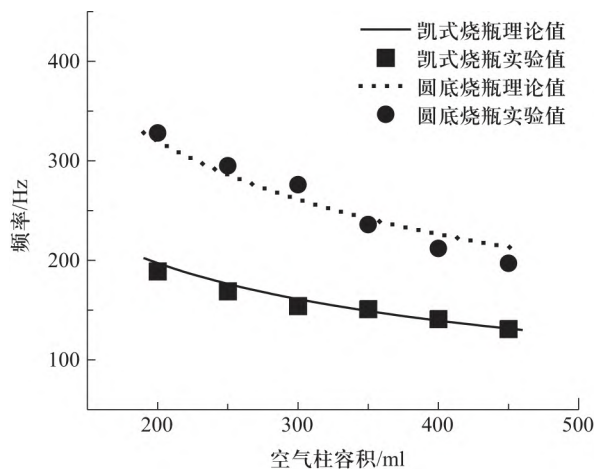


图8 凯氏烧瓶和圆底烧瓶发声频率随容积的变化

$$\text{例系数为 } \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S_0}{V_0}}.$$

3.2 注水瓶颈截面积对声音频率的影响

当其他条件不变、颈截面积变化时,采用125 ml、250 ml、500 ml 的广口瓶和细口瓶,将各规格的广口瓶与细口瓶分别进行比较.

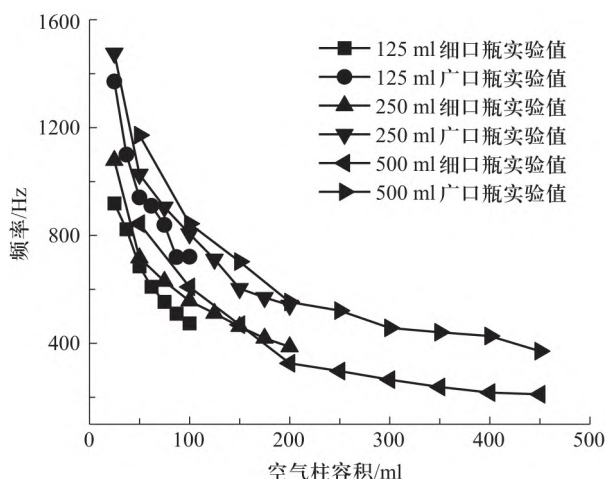


图9 广口瓶与细口瓶发声频率随容积的变化

图9中横轴为空气柱容积,纵轴为频率.对比3种规格的细口瓶与广口瓶,得出在相同空气柱容积下,广口瓶频率比细口瓶大,因此,颈截面积越大,频率越大.根据理论模型可知, f 与 $\sqrt{S_0}$ 成正比,因为该式中含有端口校正项 $1.7a$,故无法得到一个确切的比例.

3.3 注水瓶形状对频率的影响

当其他条件不变时,探究形状对频率的影响,采用125 ml、250 ml、500 ml 的细口瓶与锥形瓶.

图10中纵轴为频率,横轴为空气柱体积.对比三种规格的细口瓶与锥形瓶,发现相同规格的细口瓶与锥形瓶的频率相差较小,这里没有考虑误差因素对测量的影响.

4 实验结论

采用亥姆霍兹共振腔体理论对影响注水瓶声音频率的因素进行了理论分析,并通过实验探究瓶子的几何参数的改变对其发声频率的影响.根据数据分析得出瓶子的颈长越短,颈截面积越大,声音频率越高,且声音频率与其形状无关.

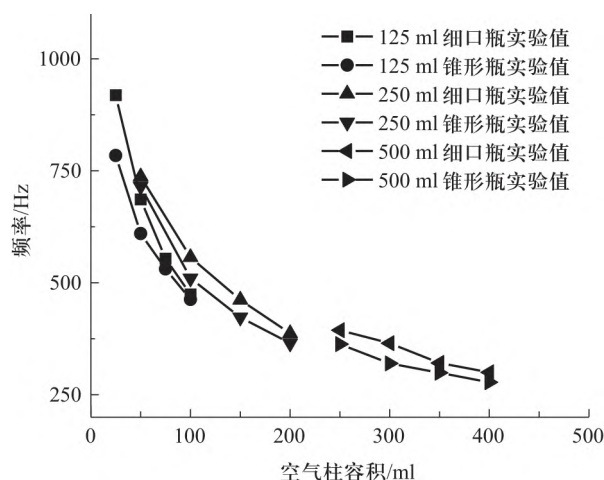


图10 细口瓶与锥形瓶发声频率随容积的变化

参考文献:

- [1] 高孙浩,陈晨,李昕森,等.瓶子注水过程中空气柱振动发声的频率特性研究[J].高师理科学刊,2020,40(10):31-34.
- [2] 弓文平,王引书,白在桥,等.声波共振管教学实验中的问题探讨[J].大学物理,2018,37(11):21-23+57.
- [3] 顾吉林,吴天威,李明浩,等.气球号角谐振腔频率及响度特性研究[J].大学物理实验,2018,31(05):43-48.
- [4] 戎盼鑫,宋俊豪,康秀英.基于LabVIEW的声波谐振管实验研究[J].大学物理,2020,39(04):56-59.
- [5] 马大猷.亥姆霍兹共鸣器[J].声学技术,2002(21):2-3.
- [6] 谢鹏,金隼,王大明,等.赫姆霍兹共振原理在空腔容积测量中的研究与应用[J].机械设计与研究,2016,32(02):109-112+122.
- [7] 杜功焕,朱哲民.声学基础[M].南京:南京大学出版社,2001.
- [8] Franz G J. Splashes as sources of sound in liquids[J].The Journal of the Acoustical Society of America, 1959, 31(8):1080-1096.
- [9] 徐双.非牛顿流体中气泡运动特性的研究[D].沈阳:沈阳航空航天大学,2017.
- [10] 马惠英,余守宪.管中的驻波:管乐器和簧乐器——物理与音乐之三[J].物理通报,2004(04):42-45.

Influence of geometrical parameters of water bottle with a neck on its vocalization frequency

SHI Zhao-long, LV Wei, MA Hao-ran, LIU Hong-yu, WU Jian-guang, ZOU Yong
(School of Math and Physics, Anhui University of Technology, Ma'anshan, Anhui 243032, China)

Abstract: Aiming at the vocalization phenomenon of a bottle with a neck in the process of water injection, the

influence of geometrical parameters of the bottle on its vocalization frequency is investigated. The container in the experiment is equivalent to Helmholtz resonance cavity. The relationship between the frequency and the geometric parameters of the water bottle with a neck is obtained by using Helmholtz resonance system theory and verified by experiments. In the experiment, Adobe Audition CS6 is used to sample the recorded sound. The influence of the change of geometric parameters on the sound frequency is explored by controlling the variables. The obtained data is sorted out and analyzed. The experimental results show that the shorter the neck length of the bottle and the larger the cervical cross-sectional area, the higher the sound frequency. The change of the shape has no effect on the sound frequency. The theory is in well agreement with the experiment and the sound phenomenon of bottle in the process of water injection can be well explained by Helmholtz resonance system.

Key words: Helmholtz resonance cavity; sound frequency; water injection bottle; geometric parameter

(上接 38 页)

- [1] 林鸿,冯晓娟,张金涛,等. 声波导管对圆柱形共鸣腔声场扰动的研究 [J]. 工程热物理学报, 2012, 33 (08): 1291-1294.
- [2] Zhang J T, Lin H, Sun J P, et al. Cylindrical Acoustic Resonator for the Re-determination of the Boltzmann Constant [J]. Int J Thermophys, 2010, 31: 1273-1293.
- [3] Zhang J T, Lin H, Feng X J, et al. Progress Toward Re-determining the Boltzmann Constant with a Fixed-Path-Length Cylindrical Resonator [J]. Int J Thermophys, 2011, 32: 1297-1329.
- [4] Trusler J P. Physical Acoustics and Metrology of Fluids [M]. New York: Adam Hilger, 1991: 90-114.
- [5] 冯晓娟. 高精度热物性实验系统研制与 CO₂/丙烷热力学性质研究 [D]. 北京: 清华大学, 2010.
- [6] Moldover M R, Mehl J B, Greenspan M. Gas-filled spherical resonators: Theory and experiment [J]. Acoust.Soc.Am. 1986, 79: 253.
- [7] Kadoya K, Matsunaga N, Nagashima A. Viscosity and thermal conductivity of dry air in the gaseous phase [J]. Journal of physical and chemical reference data, 1985, 14(4): 947-970.

Measurement of air viscosity using double cylindrical resonators

DENG Yi-jing, FAN Jun, CUI Yue, LUO Ying-ying, JIN Long-xin, CHEN Yi-hang

(School of Physics and Telecommunication Engineering, South China Normal University, Guangzhou, Guangdong 510006, China)

Abstract: The propagation characteristics of sound waves in a closed cavity depends on viscosity of air. Based on acoustic perturbation theory, the air viscosity can be demonstrated to be measured by sonic interference using double cylindrical resonators. Electric signal, generated by sweep signal generator, is converted into acoustic signal through a speaker. The acoustic wave is reflected back and forth in the cavity to form a standing wave. The acoustic-electric conversion is performed by a microphone and then, the electric signal is input into frequency sweeper. Using a frequency sweeper, the actual resonance frequency of air can be measured and compared with theoretical resonance frequency. It also can be used to calculate the air viscosity. The air viscosity at 24.5°C is measured to be $1.78 \times 10^{-5} \text{ pa} \cdot \text{s}$, and the relative error is 2.94% when compared with the recognized value. In order to explore the effect of temperature on the air viscosity coefficient, the air viscosity coefficient at different temperature is carried out. The results show that the air viscosity coefficient increases with increasing temperature.

Key words: air viscosity; acoustic perturbation theory; double cylindrical resonator; resonance frequency